ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

CÁLCULO EN UNA VARIABLE • EXAMEN BIMESTRAL

28 de noviembre de 2014 — *Profesor: Mat. Andrés Merino*

1. Demostrar que: (2pt)

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-3}{|x-1|} = -\infty.$$

2. Utilizando la definición, hallar $f'(x)$, si $f(x) = \sqrt{x+1}$. (2pt)

3. Derivar, sin simplificar: (2pt)

   a) $f(x) = xe^x \ln(x) + \sqrt{\cos(x^2)}$.

   b) $x^2 = tx + \cos(x) + a^2 x$, donde x depende de t y a es una constante.

4. Graficar la función (3pt)

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) = \frac{x}{|x|-1}. \end{aligned}$$

5. Un rectángulo se inscribe en un círculo de radio 1cm. Hallar las dimensiones del rectángulo para que este tenga área máxima. (3pt)

6. Enunciar el Teorema del Sánduche o el Teorema del Valor Medio. (+1pt)

Escuela Politécnica Nacional

Cálculo en Una Variable • Examen Bimestral

28 de noviembre de 2014 *Profesor: Mat. Andrés Merino*

1. Demostrar que: (2pt)

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-3}{|x-1|} = -\infty.$$

2. Utilizando la definición, hallar $f'(x)$, si $f(x) = \sqrt{x+1}$. (2pt)

3. Derivar, sin simplificar: (2pt)

   a) $f(x) = xe^x \ln(x) + \sqrt{\cos(x^2)}$.

   b) $x^2 = tx + \cos(x) + a^2x$, donde x depende de t y a es una constante.

4. Graficar la función (3pt)

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) = \frac{x}{|x|-1}. \end{aligned}$$

5. Un rectángulo se inscribe en un círculo de radio 1cm. Hallar las dimensiones del rectángulo para que este tenga área máxima. (3pt)

6. Enunciar el Teorema del Sánduche o el Teorema del Valor Medio. (+1pt)

Escuela Politécnica Nacional

Cálculo en Una Variable • Examen Bimestral

10 de febrero de 2015 *Profesor: Mat. Andrés Merino*

1. Calcular las siguientes integrales indefinidas: (3pt)
$$\int \frac{x^3+2}{x^2+x+1}dx, \qquad \int \sec^4(x)\tan(x)dx, \qquad \int \operatorname{sen}(2x)e^{-x/2}dx.$$
2. Calcular las siguientes integrales definidas: (2pt)
$$\int_1^{+\infty} xe^{-x}dx, \qquad \int_1^{\sqrt{e}} x\ln(x^2)dx.$$
3. Plantear el método de Ostrogradski mejorado para: (1pt)
$$\int \frac{x^4+1}{x^3(x+2)(x^2+x+1)^2}dx.$$
4. Hallar el volumen del sólido de revolución formado al rotar la región limitada por los gráficos de las ecuaciones $y = \cos(x)+1$, $y=0$, $x=0$, $x=\pi$, alrededor de los ejes x y y. (4pt)
5. Halle la longitud del gráfico de la ecuación $y = \ln(\cos x)$ en el intervalo $[0, \pi/4]$. (2pt)

Hora de entrega: 9:00 ℵ

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

CÁLCULO EN UNA VARIABLE • EXAMEN BIMESTRAL

10 de febrero de 2015 *Profesor: Mat. Andrés Merino*

1. Calcular las siguientes integrales indefinidas: (3pt)

$$\int \frac{x^3+2}{x^2+x+1}dx, \qquad \int \sec^4(x)\tan(x)dx, \qquad \int \operatorname{sen}(2x)e^{-x/2}dx.$$

2. Calcular las siguientes integrales definidas: (2pt)

$$\int_1^{+\infty} xe^{-x}dx, \qquad \int_1^{\sqrt{e}} x\ln(x^2)dx.$$

3. Plantear el método de Ostrogradski mejorado para: (1pt)

$$\int \frac{x^4+1}{x^3(x+2)(x^2+x+1)^2}dx.$$

4. Hallar el volumen del sólido de revolución formado al rotar la región limitada por los gráficos de las ecuaciones $y = \cos(x)+1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$, alrededor de los ejes x y y. (4pt)

5. Halle la longitud del gráfico de la ecuación $y = \ln(\cos x)$ en el intervalo $[0, \pi/4]$. (2pt)

Escuela Politécnica Nacional

Cálculo en Una Variable • Examen Supletorio

26 de febrero de 2015 *Profesor: Mat. Andrés Merino*

1. Demostrar que: (3pt)

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x-3}{x-1} = 2.$$

2. Utilizando el análisis de monotonía y convexidad, graficar la función

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}, \end{aligned}$$

¿tiene extremos absolutos? ¿relativos? (4pt)

3. Un cono de helado debe tener un volumen de 200 cm^3. ¿Qué dimensiones debe tener para ahorrar material al máximo? (Volumen de un cono $\pi r^2 h/3$, área lateral de un cono $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$). (4pt)

4. Derivar con respecto a t la función implícita

$$\operatorname{sen}(x) = tx + \ln(x) + a^2x^2,$$

donde x depende de t y a es una constante. (2pt)

5. Calcular tres (y solo tres) de las siguientes integrales: (4pt)

$$\int \frac{x^3+1}{x^2+2x+2}dx, \quad \int \sec^2(x)\tan^3(x)dx, \quad \int_{-1}^{0} \ln(-x)dx, \quad \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x\cos(x^2)dx.$$

6. A una bola de radio R se le realiza un orificio cilíndrico a lo largo del diámetro, el radio del orificio es r. Calcular el volumen del sólido que queda después de la perforación ($0 < r < R$). (4pt)

Escuela Politécnica Nacional

Cálculo en Una Variable • Examen Supletorio

26 de febrero de 2015 *Profesor: Mat. Andrés Merino*

1. Demostrar que: (3pt)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-3}{x-1}=2.$$

2. Utilizando el análisis de monotonía y convexidad, graficar la función

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x)=\frac{x^2}{1-x^2}, \end{aligned}$$

¿tiene extremos absolutos? ¿relativos? (4pt)

3. Un cono de helado debe tener un volumen de 200 cm^3. ¿Qué dimensiones debe tener para ahorrar material al máximo? (Volumen de un cono $\pi r^2 h/3$, área lateral de un cono $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$). (4pt)

4. Derivar con respecto a t la función implícita

$$\operatorname{sen}(x)=tx+\ln(x)+a^2x^2,$$

donde x depende de t y a es una constante. (2pt)

5. Calcular tres (y solo tres) de las siguientes integrales: (4pt)

$$\int\frac{x^3+1}{x^2+2x+2}dx,\quad \int\sec^2(x)\tan^3(x)dx,\quad \int_{-1}^{0}\ln(-x)dx,\quad \int_0^{\sqrt{\pi/2}}x\cos(x^2)dx.$$

6. A una bola de radio R se le realiza un orificio cilíndrico a lo largo del diámetro, el radio del orificio es r. Calcular el volumen del sólido que queda después de la perforación ($0<r<R$). (4pt)