

Nota: En todas las preguntas, aún si su respuesta es "sí" o "no" se debe justificar la respuesta para obtener una calificación.

Apellidos:

Nombres:

Calificación: /(18)

Agradecimientos:

Ejercicio 1 (4 puntos) *Halle todas las soluciones de las siguientes ecuaciones diofánticas*

- $7x + 11y = 5$

- $35x - 49y = 56$

- $35x + 55y = 25$

- *¿Qué relación existe entre la solución de los numerales (1) y (3)?*

Ejercicio 2 (5 puntos) Sean $a, b, c, n \in \mathbb{Z}$. Considere las siguientes ecuaciones lineales diofánticas.

$$ax + by = c \quad (1)$$

$$ax + by = nc \quad (2)$$

Sean S y T sus conjuntos solución respectivos. Definimos entonces el conjunto nS por $nS = \{(nx, ny) : (x, y) \in S\}$ [Es decir multiplicamos todas las soluciones de la primera ecuación por n]

- Demuestre que para cualquier valor de $a, b, c, n \in \mathbb{Z}$, $nS \subset T$

- Demuestre o refute: para cualquier valor de $a, b, c, n \in \mathbb{Z}$, $nS = T$

Ejercicio 3 (4 puntos) Demuestre la siguiente proposición: Sean $a, b \in \mathbb{Z}$. Entonces

$$\{ax + by : x, y \in \mathbb{Z}\} = \{n \cdot \text{MCD}(a, b) : n \in \mathbb{Z}\}$$

Ejercicio 4 (5 puntos) Halle el último dígito de la expansión decimal de:

- 547^{1645}

- $7^{85k}, k \in \mathbb{Z}$

- $2^{4n}, n \in \mathbb{Z}$