



Semestre 2019-A

William Granda – Alexander Constante

Estos ejercicios se basan en las clases de la materia "Análisis Matemático I", dictadas en la carrera de Matemática de la EPN durante el semestre 2018-B por el profesor German Rojas. Los ejercicios fueron elaborados por William Granda y Alexander Constante, alumnos de esta materia y revisados por el profesor Andrés Merino.

EJERCICIO 1. Dé un ejemplo de un espacio métrico (E, d) donde, para $a \in E$ y $r > 0$, se tenga que $\overline{B(a, r)} \neq \overline{B}(a, r)$ (la clausura de una bola abierta no coincide con la bola cerrada del mismo centro y radio).

Demostración. Sea E un conjunto con más de un elemento y d la métrica discreta, la cual, para todo $x, y \in E$, viene dada por:

$$d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq y, \\ 0 & \text{si } x = y. \end{cases}$$

Sea $a \in E$, tenemos que

$$B(a, 1) = \{x \in E : d(x, a) < 1\} = \{a\},$$

Como $\{a\}$ es un conjunto cerrado, se tiene que:

$$\overline{B(a, 1)} = \{a\}.$$

Ahora, tenemos que

$$\overline{B}(a, 1) = \{x \in E : d(x, a) \leq 1\} = E.$$

Por lo tanto, como $\{a\} \neq E$ se sigue que:

$$\overline{B(a, 1)} \neq \overline{B}(a, 1). \quad \square$$