**ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**
**DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA**
**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**
**ABRIL 2019**
**ORGANIZACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE DATOS**

**EJERCICIOS EN CLASES:**

1. Se han obtenido los siguientes datos respecto a los galones de gasolina utilizados diariamente en una empresa de transporte, durante 90 días.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 49 | 56 | 53 | 41 | 49 | 59 | 56 | 59 | 57 | 43 | 47 | 53 | 47 |
| 48 | 43 | 49 | 47 | 56 | 48 | 43 | 44 | 41 | 49 | 42 | 49 | 43 |
| 56 | 49 | 47 | 55 | 41 | 44 | 55 | 49 | 59 | 56 | 49 | 57 | 41 |
| 47 | 48 | 41 | 47 | 43 | 56 | 44 | 53 | 47 | 43 | 47 | 43 | 59 |
| 53 | 43 | 47 | 49 | 42 | 47 | 49 | 42 | 57 | 55 | 44 | 42 | 49 |
| 59 | 56 | 48 | 59 | 59 | 57 | 42 | 41 | 47 | 48 | 44 | 56 | 53 |
| 53 | 47 | 56 | 56 | 48 | 41 | 56 | 55 | 56 | 42 | 59 | 57 | |

Utilizando distribución de datos individuales, calcule:

*a*) El número de días en los que se utilizaron, en cada uno de ellos, menos de 48 galones de gasolina.

*b*) El número de días en los que se utilizaron mínimo 45 galones y menos de 56 galones.

*c*) El número total de galones de gasolina que se utilizaron en los 32 días de mayor consumo.

*d*) El número total de galones de gasolina que se utilizaron en los 25 días de menor consumo.

*e*) El rango y el tercer cuartil de la muestra.

*f*) La mediana, la media y la desviación estándar.

2. De una estación se han tomado los registros históricos mensuales de humedad relativa en porcentaje, de 5 años:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 81 | 75 | 76 | 77 | 78 | 76 | 80 | 77 | 75 | 77 | 83 | 82 |
| 79 | 82 | 80 | 81 | 79 | 81 | 79 | 82 | 79 | 81 | 79 | 79 |
| 77 | 81 | 79 | 78 | 75 | 83 | 77 | 81 | 76 | 83 | 78 | 80 |
| 76 | 80 | 78 | 83 | 79 | 79 | 75 | 82 | 83 | 76 | 83 | 80 |
| 81 | 80 | 80 | 77 | 77 | 76 | 80 | 77 | 80 | 80 | 75 | 78 |

*a*) Calcule el número de meses en los que la humedad relativa fue mayor que 76 y no más de 81 por ciento.

*b*) Calcule el porcentaje de humedad relativa del mes 37 y del mes 55, considerando el orden ascendente en las frecuencias acumuladas.

*c*) Calcule la humedad relativa mensual promedio y la desviación estándar de los cinco años considerados.

*d*) Realice un histograma tomando en cuenta como altura la densidad para cada clase. Use clases de ancho igual a 2.

3. Según la publicación *Chemical Engineering*, una propiedad importante de una fibra es su absorción del agua. Se toma una muestra aleatoria de 20 piezas de fibra de algodón y se mide la impermeabilidad de cada una. Los valores de absorción son los siguientes:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 18.71 | 21.41 | 20.72 | 21.81 | 19.29 | 22.43 | 20.17 |
| 23.71 | 19.44 | 20.50 | 18.92 | 20.33 | 23.00 | 22.85 |
| 19.25 | 21.77 | 22.11 | 19.77 | 18.04 | 21.12 | |

*a*) Calcule la media y la mediana de la muestra para los valores de la muestra anterior.

*b*) Calcule la media recortada 10 %.

*c*) Elabore una gráfica de puntos con los datos de la absorción.

*d*) Encuentre los quintiles de la muestra.

*e*) ¿Qué porcentaje de los datos está entre el segundo y el tercer quintil?

4. El siguiente es un diagrama de tallos y hojas de doble tallo para una muestra de humedad en un experimento de realizado en la selva ecuatoriana:

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 1 | 5 7 |
| 2 | 1 1 3 4 |
| 2 | 5 7 8 9 |
| 3 | 2 4 4 |
| 3 | 7 9 |
| 4 | 2 4 |
| 4 | 8 |
| 5 | 3 |

   *a*) Calcule el promedio, la mediana y la desviación standard.
   *b*) Realice un distribución de frecuencias de los datos en 5 intervalos de clase.
   *c*) A partir del gráfico anterior, calcule la media, mediana con los datos agrupados y compárelas con las medidas calculadas en el literal *a*).

5. Los siguientes datos representan el número de horas a la semana que 50 personas hacen ejercicio.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 12 | 13 | 12 | 11 | 10 | 5 | 5 | 7 | 8 |
| 9 | 7 | 8 | 1 | 12 | 7 | 7 | 9 | 8 | 12 |
| 13 | 11 | 20 | 22 | 3 | 7 | 8 | 22 | 22 | 12 |
| 13 | 15 | 12 | 17 | 12 | 2 | 2 | 15 | 17 | 12 |
| 13 | 15 | 19 | 20 | 12 | 15 | 15 | 17 | 18 | 7 |

   *a*) Encuentre la media, mediana, moda, varianza y desviación estándar.
   *b*) ¿Cuáles son los cuartiles de la población?
   *c*) ¿Cuál es la proporción de datos que esta por encima de la media?
   *d*) ¿Qué proporción de los datos está dentro 1 desviación estándar de la media?
   *e*) Realice el diagrama de caja de esta población.

6. De una facultad con 786 estudiantes se ha tomado una muestra representativa de 80, respecto al número de signaturas aprobadas hasta la fecha en la que se obtuvo la muestra, con lo cual se ha organizado la tabla de frecuencias individuales adjunta.

| Número de asignaturas | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de estudiantes | 2 | 4 | 5 | 8 | 13 | 12 | 9 | 11 | 7 | 6 | 3 |

   Calcule:

   *a*) El número total de las asignaturas aprobadas por los 15 estudiantes de la muestra que menos asignaturas tienen aprobadas.
   *b*) El número total de las asignaturas aprobadas por los 14 estudiantes de la muestra que más asignaturas tienen aprobadas.
   *c*) El número de estudiantes, en la muestra y en la facultad, que han aprobado al menos 20 asignaturas y menos de 26 asignaturas.
   *d*) El número de estudiantes, en la muestra y en la facultad, que han aprobado más de 25 asignaturas.

7. Las siguientes puntuaciones representan la calificación en un examen final para un curso de Probabilidad y Estadística:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | 60 | 79 | 32 | 57 | 74 | 52 | 70 | 82 |
| 36 | 80 | 77 | 81 | 95 | 41 | 65 | 92 | 85 |
| 55 | 76 | 52 | 10 | 64 | 75 | 78 | 25 | 80 |
| 98 | 81 | 67 | 41 | 71 | 83 | 54 | 64 | 72 |
| 88 | 62 | 74 | 43 | 60 | 78 | 89 | 76 | 84 |
| 48 | 84 | 90 | 15 | 79 | 34 | 67 | 17 | 82 |
| 69 | 74 | 63 | 80 | 85 | 61 | | | |

*a*) Elabore un diagrama de tallo y hojas para las calificaciones del examen, donde los tallos sean 1, 2, 3, . . . , 9.

*b*) Determine una distribución de frecuencias relativas.

*c*) Elabore un histograma de frecuencias relativas, trace un estimado de la gráfica de la distribución.

*d*) Calcule la media, la mediana y la desviación estándar de la muestra.

8. El siguiente cuadro representa las posibles puntuaciones, entre 0 y 100, obtenidos por un grupo de trabajadores en una prueba de aptitud. Además, se sabe que $f_4 - f_5 = 0{,}12$ y el ancho del intervalo es de 16.

| Puntuación | Punto medio $(x_i)$ | Frecuencia Absoluta $(f_i)$ | Frecuencia Absoluta Acumulada $(F_i)$ | Frecuencia Relativa $(f_{Ri})$ | Frecuencia Relativa Acumulada $(F_{Ri})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| - | | | 4 | | |
| - | | | | 0.10 | |
| - | | | | | 0.36 |
| - | 58.5 | | | | |
| - | | 10 | | | |
| - | | | | 0.12 | |

*a*) Complete la tabla de frecuencias

*b*) ¿Qué porcentaje de trabajadores se encuentran por debajo del promedio?

*c*) Dibuje el diagrama de caja.

9. Los siguientes datos muestran las tasas de interés por créditos en diferentes instituciones financieras de dos ciudades A y B:

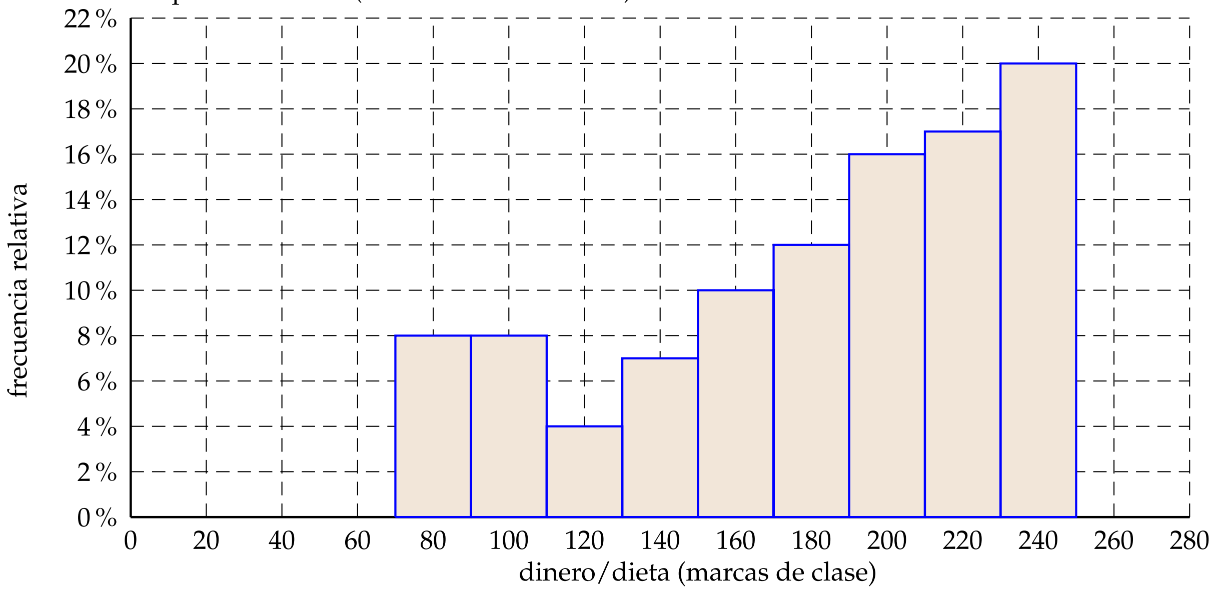
| | Tasas de interés de instituciones financieras | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ciudad A | 7,1 % | 7,3 % | 7,0 % | 6,9 % | 6,6 % | 6,9 % | 6,5 % | 7,3 % | 6,85 % |
| Ciudad B | 7,1 % | 7,3 % | 6,3 % | 6,7 % | 6,8 % | 6,85 % | 7,5 % | | |

*a*) Calcule la media, mediana y moda para las tasas de interés de cada una de las ciudades

*b*) Con base en los resultados del punto anterior, determine si existe algún tipo de sesgo en ambas distribuciones

*c*) ¿Cuál parece tener las tasas de interés más consistentes? (justifique su respuesta)

10. En el siguiente gráfico se representa la distribución del dinero que durante el último mes se han gastado los 200 trabajadores de una empresa en dietas (beneficios económicos). Determine:




*a*) La tabla de frecuencias que muestra los datos que se representan en el gráfico.

*b*) La cantidad media que se han gastado en dietas, la más frecuente y la cantidad que tenían como máximo el 50 % de los trabajadores que menos cobraban *c*) El mínimo del 20 % de los empleados con mayor cantidad de dietas. ¿Qué porcentaje del total de la empresa corresponde a este grupo?

*d*) Si en el mes siguiente, la empresa decidió aumentar las dietas de todos los trabajadores un 5 %, y además les dio una prima extra de 50 dólares por concepto de productividad, calcular el nuevo beneficio medio, el más frecuente y el beneficio que tienen como máximo el 50 % de los trabajadores que menos cobran el mes siguiente.

*e*) De las dietas de otra empresa que pertenece al mismo sector, se sabe que la media aritmética de sus trabajadores es de $120 dólares con una desviación estándar de $2,2 dólares. ¿Qué empresa tiene una dieta más representativa? (justifique su respuesta)

11. De la producción de 8000 empaques se obtuvo una muestra cuya distribución de frecuencias por intervalos de clase considerando el peso de los empaques, está dada por:

| i | Intervalos (pesos en gramos) | Empaques $f_i$ |
|---|---|---|
| 1 | 4.5 - 11.5 | 17 |
| 2 | 11.5 - 18.5 | 23 |
| 3 | 18.5 - 25.5 | 18 |
| 4 | 25.5 - 32.5 | 26 |
| 5 | 32.5 - 39.5 | 19 |
| 6 | 39.5 - 46.5 | 14 |
| 7 | 46.5 - 53.5 | 23 |
| 8 | 53.5 - 60.5 | 27 |
| 9 | 60.5 - 67.5 | 21 |
| 10 | 67.5 - 74.5 | 19 |

*a*) El costo de producción de cada unidad es de 1.20 dólares. Las unidades que pesan hasta 29 gramos se venden a 1.40 dólares. Las unidades que pesan más de 29 y hasta 50 gramos se venden a 1.70 dólares. Las unidades que pesan más de 50 gramos se venden a 1.90 dólares. Calcule la utilidad que se esperaría obtener si la muestra es representativa de la población y se venden todas las unidades producidas.

*b*) Calcule el peso máximo que estadísticamente se puede aceptar para las unidades que conforman el 32 % más bajo de la muestra.

*c*) Calcule el peso mínimo que estadísticamente se puede aceptar para las unidades que conforman el 26 % más alto de la muestra.

12. De 9860 manzanas producidas se ha tomado una muestra respecto a su diámetro en mm, con la que se ha obtenido la distribución dada en la tabla.

| i | Diametro | Manzanas |
|---|---|---|
| 1 | 26,5-35,5 | 18 |
| 2 | 35,5-44,5 | 8 |
| 3 | 44,5-53,5 | 15 |
| 4 | 53,5-62,5 | 14 |
| 5 | 62,5-71,5 | 25 |
| 6 | 71,5-80,5 | 21 |
| 7 | 80,5-89,5 | 19 |

*a*) Calcule el número de manzanas, en la muestra y en la producción, que en diámetro se espera no superen 0.8 veces la media de la muestra.

*b*) Calcule el noveno decil.

*c*) Calcule el número de manzanas, en la muestra y en la producción, que en diámetro se espera superen 1.2 veces la media de la muestra.

*d*) Calcule la mediana de la muestra.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
ABRIL 2019
PROBABILIDAD I PARTE

---

**EJERCICIOS PROPUESTOS:**

1. Un ingeniero ambiental sospecha de contaminación por mercurio en un área que contiene tres lagos y dos ríos. Verificará los cinco para indicios de contaminación por mercurio.

   *a*) Exprese cada resultado usando dos coordenadas, de modo que $(2, 1)$; por ejemplo, represente el evento de que dos de los lagos y uno de los ríos estarán contaminados. Dibuje un diagrama, donde el eje $x$ represente la cantidad de lagos contaminados $y$ el eje y represente la cantidad de ríos contaminados. Idenfique el espacio muestral.

   *b*) Si $R$ es el evento de que igualmente tanto lagos como ríos están contaminados, $T$ es el evento de que ninguno de los ríos esté contaminado y $U$ es el evento de que menos lagos que ríos están contaminados, exprese simbólicamente cada uno de dichos eventos al mencionar sus elementos.

   *c*) ¿Cuál de los tres pares de eventos, $R$ y $T$, $R$ y $U$ y $T$ y $U$, son mutuamente excluyentes?

   *d*) Mencione los resultados que comprendan cada uno de los siguientes eventos, y también exprese con palabras los eventos.

   $R \cup T$
   $R \cap T$
   $R^c$
   $T^c$

2. Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Use la notación 4H, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y 3HT para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después una cruz en la moneda; construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral $S$.

   *a*) liste los elementos que corresponden al evento A de que en el dado salga un número menor que 3;

   *b*) liste los elementos que corresponden al evento B de que ocurran 2 cruces;

   *c*) liste los elementos que corresponden al evento $A^c$,

   *d*) liste los elementos que corresponden al evento $A \cap B$,

   *e*) liste los elementos que corresponden al evento $A \cup B$.

3. La tabla muestra las calificaciones obtenidas en una prueba y el coeficiente intelectual de los postulantes para ocupar el cargo de Gerente de una institución financiera:

| Calificación \ Coeficiente intelectual | 75-80 | 81-85 | 86-90 | 91-95 | 96-100 | 101-105 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 51-58 | | 2 | 5 | | 1 | 1 |
| 43-50 | 3 | 2 | | | | 2 |
| 35-42 | 1 | | 3 | 4 | 1 | 1 |
| 27-34 | 2 | 3 | | 3 | 1 | |
| 19-26 | 3 | 4 | 2 | | | |
| 11-18 | 3 | | 3 | | | |

   *a*) Si se escoge una persona al azar y se observa que su coeficiente intelectual está entre 86 y 90, cuál es la probabilidad de que esta persona pertenezca al grupo cuya calificación está entre 35 y 42?

   *b*) Si únicamente aquellas personas con una calificación superior a 42 y un coeficiente intelectual mayor a 95 pasarán a la fase de entrevistas, cuál es la probabilidad de que este hecho ocurra?

4. Una contraseña de computadora consta de ocho caracteres.

   *a*) ¿Cuántas contraseñas diferentes son posibles si cada caracter puede ser cualquier letra minúscula o dígito?

*b*) ¿Cuántas contraseñas diferentes son posibles si cada caracter puede ser cualquier letra minúscula o dígito y al menos un caracter debe ser un dígito?

*c*) c) Un sistema de computadora requiere que las contraseñas contengan al menos un dígito. Si se generan ocho caracteres aleatoriamente y cada uno es igualmente probable de ser cualesquiera de las 26 letras o de los diez dígitos, ¿cuál es la probabilidad de que se genere una contraseña válida?

5. Supongamos que cada automóvil se identifica mediante una sucesión de tres letras seguidas de tres dígitos, y que las placas se otorgan en orden alfabético-numérico comenzando con la $AAA000$. Las letras que se utilizan son las veintiséis siguientes:

$$A\ B\ C\ D\ E\ F\ G\ H\ I\ J\ K\ L\ M\ N\ O\ P\ Q\ R\ S\ T\ U\ V\ W\ X\ Y\ Z$$

*a*) ¿Cuántas placas diferentes son posibles con este sistema?

*b*) ¿Cuántos carros se matricularon antes que el $CGU735$?

6. Se tiene una baraja de 52 naipes.

*a*) Describa el espacio muestral en una diagrama donde el eje $x$ sea la carta sacada y el eje $y$ el palo (corazones, picas, diamantes o tréboles).

*b*) ¿Cuál es la probabilidad de al sacar dos cartas al azar la suma de ambas sea 7?, ¿11?, ¿4?.

*c*) ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar cuatro cartas, de modo que haya una de cada palo?.

*d*) Si se extraen diez al azar. ¿Cuál es la probabilidad de no sacar ningún as?, ¿de sacar al menos un as? y ¿de sacar exactamente uno?.

*e*) ¿Cuál es la probabilidad de al sacar 5 naipes al hacer esta sea la escalera imperial?

*f*) Si el mazo se separa como para jugar CUARENTA. Realice los literales *a*), *b*), *c*) y *d*) para los perros y para la baraja de juego.

7. Un inspector de edificios debe verificar el alambrado en un nuevo edificio de apartamentos ya sea el lunes, el martes, el miércoles o el jueves, y a las 8 a.m., a la 1 p.m., a las 2 p.m o las 6 p.m. Dibuje un diagrama de árbol que ilustre las diversas formas en que el inspector puede programar la inspección del alambrado del nuevo edificio de apartamentos.

8. Los currículum de dos aspirantes masculinos para el puesto de profesor de química en una facultad se colocan en el mismo archivo que los currículum de dos aspirantes mujeres. Hay dos puestos disponibles y el primero, con el rango de profesor asistente, se cubre mediante la selección al azar de 1 de los 4 aspirantes. El segundo puesto, con el rango de profesor titular, se cubre después mediante la selección aleatoria de uno de los 3 aspirantes restantes. Utilizando la notación $M_2F_1$, por ejemplo, para denotar el evento simple de que el primer puesto se cubra con el segundo aspirante hombre y el segundo puesto se cubra después con la primera aspirante mujer:

*a*) liste los elementos de un espacio muestral $S$;

*b*) liste los elementos de $S$ que corresponden al evento $A$ de que el puesto de profesor asistente se cubra con un aspirante hombre;

*c*) liste los elementos de $S$ que corresponden al evento $B$ de que exactamente 1 de los 2 puestos se cubra con un aspirante hombre;

*d*) liste los elementos de $S$ que corresponden al evento $C$ de que ningún puesto se cubra con un aspirante hombre;

*e*) liste los elementos de S que corresponden al evento $A \cup B$,

*f*) liste los elementos de $S$ que corresponden al evento $A \cup C$,

*g*) construya un diagrama de Venn para ilustrar las intersecciones y las uniones de los eventos $A$, $B$ y $C$.

9. Suponga que una familia sale de vacaciones de verano en su casa rodante y que M es el evento de que sufrirán fallas mecánicas, T es el evento de que recibirán una boleta de infracción por cometer una falta de tránsito y V es el evento de que llegarán a un lugar para acampar que esté lleno. Refiérase al diagrama de Venn de la figura,

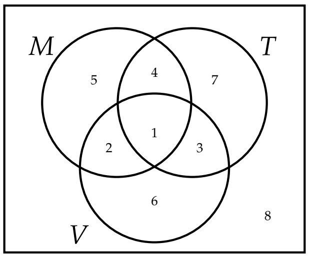
*a*) Exprese con palabras los eventos representados por las siguientes regiones:
región 5;
región 3;
regiones 1 y 2 juntas;
regiones 4 y 7 juntas;
regiones 3, 6, 7 y 8 juntas.
Exprese los números de las regiones que representan los siguientes eventos:

*b*) La familia no experimentará fallas mecánicas y no cometerá infracciones de tránsito, pero encontrará que el lugar para acampar estará lleno.

*c*) La familia experimentará tanto fallas mecánicas como problemas para localizar un lugar disponible para acampar, pero no recibirá una multa por infracción de tránsito.

*d*) La familia experimentará fallas mecánicas o encontrará un lugar para acampar lleno, pero no recibirá una multa por cometer una infracción de tránsito.

*e*) La familia no llegará a un lugar para acampar lleno.




10. Un testigo de un accidente de tránsito, en el cual huyó el culpable, dice a la policía que el número de la matrícula contenía las letras $RLH$ seguidas de 3 dígitos, cuyo primer número es un 5. Si el testigo no puede recordar los últimos 2 dígitos, pero tiene la certeza de que los 3 eran diferentes, encuentre el número máximo de matrículas de automóvil que la policía tiene que verificar.

11. Pruebe que el número máximo de fichas que se pueden colocar en un tablero cuadrado de $n \times n$ sin que haya dos en una misma diagonal es $2n - 2$.

## Ejercicios propuestos:

1. Suponga que, en el mantenimiento de un gran archivo de registros médicos para propósitos de seguros, la probabilidad de un error en el procesamiento es de 0,0010, la probabilidad de un error en el llenado es de 0,0009, la probabilidad de un error en la recuperación de datos es de 0,0012, la probabilidad de un error en el procesamiento así como en el llenado es de 0.0002, la probabilidad de un error en el procesamiento así como en la recuperación de datos es de 0,0003 y la probabilidad de un error en el procesamiento y el llenado así como en la recuperación de datos es de 0,0001. ¿Cuál es la probabilidad de cometer al menos uno de dichos errores?

2. Un fabricante de automóviles está preocupado por el posible retiro de su sedán de cuatro puertas con mayor venta. Si hubiera un retiro, existe una probabilidad de 0,25 de que haya un defecto en el sistema de frenos, de 0,18 en la transmisión, de 0,17 en el sistema de combustible y de 0,40 en alguna otra área.

   *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que el defecto esté en los frenos o en el sistema de combustible, si la probabilidad de defectos simultáneos en ambos sistemas es 0.15?

   *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya defecto en los frenos o en el sistema de combustible?

3. En las fábricas a los trabajadores constantemente se les motiva para que practiquen la tolerancia cero para prevenir los accidentes en el lugar de trabajo. Los accidentes pueden ocurrir porque el ambiente o las condiciones laborales son inseguros en sí mismos. Por otro lado, los accidentes pueden ocurrir por negligencia o simplemente por fallas humanas. Además, los horarios de trabajo de 7:00 A.M. a 3:00 P.M. (turno matutino), de 3:00 P.M. a 11:00 P.M. (turno vespertino) y de 11:00 P.M. a 7:00 A.M. (turno nocturno) pueden ser un factor. El año pasado ocurrieron 300 accidentes. Los porcentajes de los accidentes por la combinación de condiciones son como sigue:

| Turno | Condiciones inseguras | Fallas humanas |
|---|---|---|
| Matutino | 5 % | 32 % |
| Vespertino | 6 % | 25 % |
| Nocturno | 2 % | 30 % |

   Si se elige aleatoriamente un reporte de accidente de entre los 300 reportes,

   *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido en el turno nocturno?

   *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a una falla humana?

   *c*) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a las condiciones inseguras?

   *d*) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido durante los turnos vespertino o nocturno?

4. Las probabilidades subjetivas pueden satisfacer o no el tercer axioma de probabilidad. Cuando lo hacen, se dice que son consistentes; cuando no lo hacen, no se debieran tomar con demasiada seriedad.

   *a*) El proveedor de equipo óptico delicado cree que las probabilidades son 7 a 5 contra un embarque llegue tarde, así como de 11 a 1 contra que no llegue en absoluto. Más aún, considera que hay una posibilidad de 50/50 (las probabilidades son 1 a 1) de que tal embarque o llegará tarde o no llegará en absoluto. ¿Las probabilidades correspondientes son consistentes?

   *b*) Existen dos Ferraris en una carrera, por lo que un experto siente que las probabilidades contra su triunfo son, respectivamente, 2 a 1 y 3 a 1. Más aún, afirma que hay una posibilidad menos que par de que alguno de los dos Ferrari ganará. Discuta la consistencia de dichas afirmaciones.

5. Para tres o más eventos que no sean independientes, la probabilidad de que todos ocurrirán se obtiene al multiplicar la probabilidad de que uno de los eventos ocurrirá, por la probabilidad de que un segundo de los eventos ocurrirá dado que el primer evento ocurrió, por la probabilidad de que un tercero de los eventos ocurrirá, dado que los dos primeros eventos hayan ocurrido y así sucesivamente.

a) Si seis balas, de las cuales tres son de salva, se insertan al azar en una arma de fuego, ¿cuál es la probabilidad de que las primeras tres balas disparadas sean todas de salva?

b) En cierta ciudad, durante el mes de mayo, la probabilidad de que a un día lluvioso seguirá otro día lluvioso es de 0,80, y la probabilidad de que a un día soleado siga un día lluvioso es de 0,60. Si se supone que cada día se clasifica como lluvioso o soleado, y que el clima en cualquier día dado tan solo depende del clima del día anterior, encuentre la probabilidad de que en la ciudad dada a un día lluvioso en mayo le sigan dos días lluviosos más, luego un día soleado y finalmente otro día lluvioso.

c) Una tienda por departamentos que factura la cuentas corrientes de los clientes una vez al mes encontró que, si un cliente paga oportunamente un mes, la probabilidad de que también pagará oportunamente el mes siguiente es de 0,90; sin embargo, si un cliente no paga oportunamente un mes, la probabilidad de que pagará oportunamente el mes siguiente solo es de 0,50. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente que pagó oportunamente un mes no pagará oportunamente los tres meses siguientes?

d) Si 5 de los 12 camiones de reparto de una compañía no cumplen con los estándares de emisión y 4 de los 12 camiones se eligen al azar para inspección, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos cumpla con los estándares de emisiones?

6. Un suero de la verdad tiene la propiedad de que 90 % de los sospechosos culpables se juzgan de forma adecuada; mientras que, por supuesto, 10 % de los sospechosos culpables erróneamente se consideran inocentes. Por otro lado, a los sospechosos inocentes se les juzga de manera errónea 1 % de las veces. Si el sospechoso se selecciona de un grupo de sospechosos, de los cuales sólo 5 % alguna vez han cometido un delito, y el suero indica que es culpable, ¿cuál es la probabilidad de que sea inocente?

7. Se sabe que en las mujeres de más de 60 años se desarrolla cierta forma de cáncer con una probabilidad de 0.07. Se dispone de una prueba de sangre para la detección de tal padecimiento, aunque no es infalible. De hecho, se sabe que 10 % de las veces la prueba da negativo falso (es decir, incorrectamente la prueba da un resultado negativo) y 5 % de las veces la prueba da positivo falso (es decir, incorrectamente la prueba da un resultado positivo). Si una mujer de más de 60 años que se sometió a la prueba y recibió un resultado favorable (negativo), ¿cuál es la probabilidad de que ella tenga la enfermedad?

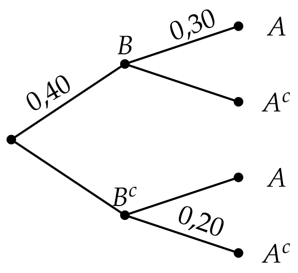
8. Una explosión en un tanque de almacenamiento de gas natural licuado en el proceso de reparación pudo haber ocurrido como resultado de electricidad estática, mal funcionamiento del equipo eléctrico, una llama abierta en contacto con vapor o una acción intencional (sabotaje industrial). Las entrevistas con los ingenieros que intervienen en el análisis de los riesgos condujeron a estimaciones de que tal explosión ocurriría con probabilidad de 0.25 como resultado de electricidad estática, de 0.20 como resultado de mal funcionamiento del equipo eléctrico, de 0.40 como resultado de una llama abierta y de 0.75 como resultado de acción intencional. Dichas entrevistas también produjeron estimaciones subjetivas de las probabilidades a priori de tales cuatro causas de 0.30, 0.40, 0.15 y 0.15, respectivamente. ¿Cuál fue la causa más probable de la explosión?

9. Use la información del diagrama de árbol de la figura para determinar el valor de

a) $P(A)$

b) $P(B|A)$

c) $P(B|A^c)$




10. Dados $P(A) = 0{,}35$, $P(B) = 0{,}404$ y $P(A \cap B) = 0{,}20$, encuentre

a) $P(A \cup B)$

b) $P(B \setminus A)$

c) $P(A \setminus B)$

d) $P(A \triangle B)$

*e*) $P(A^c \cup B^c)$

*f*) ¿$A$ y $B$ son independientes?

11. La siguiente tabla de frecuencias presenta la clasificación de 58 vertederos en un estado, de acuerdo con su concentración de las tres sustancias químicas peligrosas: arsénico, bario y mercurio.

| | | Bario | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Alta | | Baja | |
| | | Mercurio | | | |
| | | Alta | Baja | Alta | Baja |
| Arsénico | Alta | 1 | 3 | 5 | 9 |
| | Baja | 4 | 8 | 10 | 18 |

Si un vertedero se selecciona al azar, encuentre la probabilidad de que tenga

*a*) alta concentración de mercurio;

*b*) alta concentración de bario y baja concentración de arsénico y mercurio;

*c*) altas concentraciones de cualesquiera dos de los químicos y baja concentración del tercero;

*d*) alta concentración de cualquier químico y baja concentración de los otros dos.

# VARIABLE ALEATORIA Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

## EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. Un embarque foráneo de cinco automóviles extranjeros contiene 2 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 3 de estos automóviles al azar, liste los elementos del espacio muestral $S$ con las letras $B$ y $N$ para "manchado" y "sin mancha", respectivamente; luego a cada punto muestral asigne en valor $x$ de la variable aleatoria $X$ que representa el número de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura.

2. Un experimento consiste en cuatro lanzamientos de una moneda. Al denotar los resultados ($H$ = cara; $T$ = cruz) $HHTH$, $THTT$, ..., y suponer que los 16 resultados son igualmente probables, determine la distribución de probabilidad para el número total de caras.

3. Determine el valor $c$ de modo que cada una de las siguientes funciones sirva como distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta $X$:

   *a*) $f(x) = c(x^2+4), \quad x \in \{1,2,3,4\}$
   
   *b*) $f(x) = c\binom{2}{x}\binom{3}{3-x}, \quad x \in \{0,1,2\}$

   **Respuesta:** a) $1/46$; b) $1/10$

4. El número total de horas, medidas en unidades de 100 horas, que una familia utiliza una aspiradora en un periodo de un año es una variable aleatoria continua X que tiene la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1, \\ 2-x & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

   Encuentre la probabilidad de que en un periodo de un año, una familia utilice su aspiradora

   *a*) menos de 120 horas;
   
   *b*) entre 50 y 100 horas.

   **Respuesta:** a) 0.68; b) 0.375

5. Un procesador de alimentos afirma que cuando mucho 10 % de sus frascos de café instantáneo contiene menos café del que indica en la etiqueta. Para someter a prueba esta afirmación, se seleccionan al azar 16 frascos de su café instantáneo y se pesan los contenidos; su afirmación se acepta si menos de 3 de los frascos contienen menos café del indicado en la etiqueta. Determine las probabilidades de que la afirmación del procesador de alimentos se aceptará, cuando el porcentaje real de sus frascos que contienen menos café del indicado en la etiqueta es:

   *a*) 5 %
   
   *b*) 10 %
   
   *c*) 15 %
   
   *d*) 20 %

   **Respuesta:** a) 0.9571; b) 0.7892; c) 0.5614; d) 0.3518

6. Una compañía de materiales químicos envía cierto disolvente en tambores de diez galones. Sea $X$ el número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente. Suponga que $X$ tiene la siguiente función de masa de probabilidad:

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| p(x) | 0.4 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |

   *a*) Determine la media del número de tambores ordenados.
   
   *b*) Determine la varianza del número de tambores ordenados.
   
   *c*) Determine la desviación estándar del número de tambores ordenados.

*d*) Sea $Y$ el número de galones ordenados. Determine la función de masa de probabilidad de $Y$.

*e*) Determine la media del número de galones ordenados.

*f*) Determine la varianza del número de galones ordenados.

*g*) Determine la desviación estándar del número de galones ordenados.

**Respuesta:** a) 2.3; b) 1.81; c) 1.345; d)

| y | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| p(y) | 0.4 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |

e) 23; f) 181; g) 13.45

7. Un ingeniero de control de calidad inspecciona una muestra aleatoria de 3 baterías de cada lote de 24 baterías automotrices listas para embarcarse. Si tal lote contiene 6 baterías con pequeños defectos, ¿cuáles son las probabilidades de que la muestra del inspector contendrá

   *a*) ninguna de las baterías con defectos?

   *b*) tan solo una de las baterías con defectos?

   *c*) al menos dos de las baterías con defectos?

8. Una máquina que llena cajas de cartón con cereal tiene un peso de llenado cuya media es 12.02 oz, con una desviación estándar de 0.03 oz. Una caja consta de 12 cajas seleccionadas aleatoriamente del producto de la máquina.

   *a*) Determine la media del peso total de cereal en la caja.

   *b*) Determine la desviación estándar del peso total del cereal en la caja.

   *c*) Determine la media del peso promedio por caja del cereal en la caja.

   *d*) Determine la desviación estándar del peso promedio por caja del cereal en la caja.

   *e*) ¿Cuántas cajas se deben incluir en una caja para que la desviación estándar del peso promedio de la caja sea 0.005 oz?

9. Encuentre la distribución de probabilidad para el número de discos compactos de jazz, cuando se seleccionan al azar de una colección que consiste en cinco de jazz, dos de música clásica y tres de rock. Exprese sus resultados utilizando una fórmula.

10. Las partículas son un componente muy importante de la contaminación atmosférica en muchas áreas. Es interesante estudiar los tamaños de las partículas contaminantes. Sea $X$ el diámetro, en micrómetros, de una partícula elegida aleatoriamente. Suponga que en cierta área, la función de densidad de probabilidad de $X$ es inversamente proporcional al volumen de la partícula; es decir, suponga que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

donde $c$ es una constante.

   *a*) a) Determine el valor de $c$ para que $f(x)$ sea una función de densidad de probabilidad.

   *b*) Determine la media del diámetro de la partícula.

   *c*) Determine la función de distribución acumulativa del diámetro de la partícula.

   *d*) Determine la mediana del diámetro de la partícula.

   *e*) El término $PM_{10}$ se refiere a partículas con diámetros menores o iguales a 10 $\mu$m. ¿Qué proporción de partículas contaminantes son $PM_{10}$?

   *f*) El término $PM_{2,5}$ se refiere a partículas con diámetros menores o iguales a 2.5 $\mu$m. ¿Qué proporción de partículas contaminantes son $PM_{2,5}$?

   *g*) ¿Qué proporción de partículas $PM_{10}$ son $PM_{2,5}$?

11. Un científico ecologista está preocupado por la tasa a la que se absorbe cierta solución tóxica en la piel. Sea $X$ el volumen en microlitros de la solución absorbida por 1 pulg$^2$ de piel en 1 min. Suponga que la función de densidad de probabilidad de $X$ se aproxima bien por la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}}{2\sqrt{2\pi}} \end{aligned}$$

   *a*) Determine la media del volumen absorbido en 1 min.

b) Determine la desviación estándar del volumen absorbido en 1 min.

**Respuesta:** a) 10 b) 2

12. Encuentre la media y la desviación estándar de la distribución de cada una de las siguientes variables aleatorias (que tienen distribuciones binomiales):

    a) El número de caras obtenidas en 676 lanzamientos de una moneda equilibrada.

    b) El número de 4 obtenidos en 720 lanzamientos de un dado equilibrado.

    c) El número de defectuosas en una muestra de 600 piezas fabricadas por una máquina, cuando la probabilidad es de 0.04 de que alguna de las piezas esté defectuosa.

    d) El número de estudiantes entre 800 entrevistados a quienes no les gustan los alimentos que se sirven en la cafetería de la universidad, cuando la probabilidad es de 0.65 de que a alguno de ellos no le gusten tales alimentos.

    **Respuesta:** a) $\mu$ = 338 y $\sigma$= 13; b) $\mu$ = 120 y $\sigma$ = 10;

13. El tiempo, en minutos, para que un avión obtenga vía libre para despegar en cierto aeropuerto es una variable aleatoria $Y = 3X - 2$, donde $X$ tiene la función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

    Encuentre la media y la varianza de la variable aleatoria $Y$.

14. Otro tipo de sistema que se utiliza en trabajos de ingeniería es un grupo de componentes en paralelo o sistema paralelo. En este enfoque más conservador, la probabilidad de que el sistema funcione es mayor que la probabilidad de que cualquier componente funcione. El sistema fallará sólo cuando todo el sistema falle. Considere una situación en que haya 4 componentes independientes en un sistema paralelo con la probabilidad de operación dada por

    Componente 1: 0.95; Componente 2: 0.94;
    Componente 3: 0.90; Componente 4: 0.97.
    ¿Cuál es la probabilidad de que no falle el sistema?

# DEBER 4
# DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETA

## EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. ¿Qué condiciones para la distribución binomial, si hay alguna, no se cumplen en las siguientes situaciones?
   a) El número de individuos que tienen un resfriado en una reunión familiar a la que asisten 30 personas.
   b) Entre los 8 proyectores del departamento, 2 no funcionan de manera adecuada pero no están marcados como defectuosos. Se seleccionan dos y se registra el número de los que no funcionan adecuadamente.

2. Un ingeniero consultor recibe, en promedio, 0.7 solicitudes por semana. Si el número de solicitudes sigue un proceso de Poisson, encuentre la probabilidad de que
   a) en una semana dada, habrá al menos 1 solicitud;
   b) en un periodo dado de 4 semanas, habrá al menos 3 solicitudes.

3. En un patrón aleatorio de ocho bits utilizado para probar un microcircuito, cada bit tiene la misma probabilidad de ser 0 o 1. Suponga que los valores de los bits son independientes.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los bits sean 1?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente tres de los bits sean 1?
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos seis de los bits sean 1?
   d) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de los bits sean 1?

4. Un prominente médico afirma que 70 % de las personas con cáncer pulmonar son fumadores empedernidos.Si su aseveración es correcta,
   a) encuentre la probabilidad de que de 10 de tales pacientes con ingreso reciente en un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos;
   b) encuentre la probabilidad de que de 20 de tales pacientes que recientemente hayan ingresado a un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos.

5. Unas figurillas de porcelana se venden a 10 dólares si no tienen imperfección, y a 3 dólares si la presentan. Entre las figurillas de cierta compañía, 90 % no tiene imperfecciones y 10 % sí tiene. En una muestra de 100 figurillas ya vendidas, sea Y el ingreso ganado por su venta y X el número de éstas que no presenta imperfecciones.
   a) Exprese $Y$ como una función de $X$.
   b) Determine $\mu_Y$.
   c) Determine $s_Y$.

6. Cierto cargamento viene con la garantía de que contiene no más de 15 % de unidades defectuosas. Si la proporción de unidades defectuosas es mayor a 15 %, aquél será regresado. Se extrae una muestra aleatoria de diez unidades. Sea X el número de unidades defectuosas en la muestra.
   a) Si, de hecho, 15 % de las unidades en el cargamento está defectuoso (por lo que apenas el cargamento es aceptable), ¿a qué es igual $P(X \geq 7)$?
   b) Con base en la respuesta del inciso (a), si 15 % de las unidades del cargamento está defectuoso, ¿siete piezas defectuosas en una muestra de diez es un número inusualmente grande?
   c) Si se descubre que siete de las diez unidades de la muestra está defectuoso, ¿esto sería una evidencia de que se debe regresar el cargamento? Explique.
   d) Si, de hecho, 15 % de las unidades en el cargamento está defectuoso, ¿a qué es igual $P(X \geq 2)$?
   e) Con base en la respuesta al inciso (b), si 15 % de las unidades del cargamento está defectuoso, ¿dos muestras defectuosas entre diez sería un número inusualmente grande?

*f*) Si se descubre que dos de las diez unidades de la muestra están defectuosas, ¿ello sería una evidencia de que se debe regresar el cargamento? Explique.

7. La superficie de un tablero circular para dardos tiene un pequeño círculo central llamado ojo de toro y 20 regiones en forma de rebanada de pastel numeradas del 1 a1 20. Asimismo, cada una de estas regiones está dividida en tres partes, de manera que una persona que lanza un dardo que cae en un número específico obtiene una puntuación igual al valor del número, el doble del número o el triple de éste, según en cuál de las tres partes caiga el dardo. Si una persona atina al ojo de toro con probabilidad de 0.01, atina un doble con probabilidad de 0.10, un triple con probabilidad de 0.05 y no le atina al tablero con probabilidad de 0.02, ¿cuál es la probabilidad de que 7 lanzamientos tengan como resultado ningún ojo de toro, ningún triple, un doble dos veces y dar fuera del tablero?

8. Las probabilidades de que un delegado a cierta convención llegue por avión, autobús, automóvil o tren son, respectivamente, 0.4, 0.2, 0.3 y 0.1. ¿Cuál es la probabilidad de que entre 9 delegados a esta convención seleccionados al azar, 3 lleguen por avión, 3 por autobús, 1 en automóvil y 2 en tren?

9. Alguien afirma que cierta suspensión contiene al menos siete partículas por mL. Extrae una muestra de 1 mL de la solución. Sea $X$ el número de partículas en la muestra.

   *a*) a) Si el número promedio de partículas es exactamente siete por mL (de manera que la afirmación es verdad, pero apenas), ¿a qué es igual $P(X \leq 1)$?
   *b*) Con base en la respuesta del inciso (a), si la suspensión contiene siete partículas por mL, ¿una partícula en una muestra de 1 mL sería un número inusualmente pequeño?
   *c*) Si encuentra una partícula en la muestra, ¿esto sería una evidencia de que la afirmación es falsa? Explique.
   *d*) Si la media del número de partículas es exactamente 7 por mL, ¿a qué es igual $P(X \leq 6)$?
   *e*) Con base en la respuesta del inciso (d), si la suspensión contiene siete partículas por mL, ¿seis partículas en una muestra de 1 mL sería un número inusualmente pequeño?
   *f*) Si cuenta seis partículas en la muestra, ¿esto sería una evidencia de que la afirmación es falsa? Explique.

10. Un semáforo localizado en cierta intersección está en verde 50 % de las veces, en ámbar 10 % y en rojo 40 %. Un automóvil pasa por esta intersección una vez al día. Sea $X$ el número de días que ha transcurrido, incluyendo la primera vez que el automóvil se topa con una luz roja. Suponga que cada día representa un experimento independiente.

    *a*) Determine $P(X \geq 3)$.
    *b*) Determine $P(X \leq 3)$.
    *c*) Determine $\mu_X$.
    *d*) Determine $s_X^2$

11. Una fuerza de tarea gubernamental sospecha que algunas fábricas infringen los reglamentos federales contra la contaminación ambiental en cuanto a la descarga de cierto tipo de producto. Veinte empresas están bajo sospecha pero no todas se pueden inspeccionar. Suponga que 3 de las empresas infringen los reglamentos.

    *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que la inspección de 5 empresas no encuentre ninguna infracción?
    *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que el plan anterior encuentre a dos que infringen el reglamento?

    Los baches en ciertas carreteras pueden ser un problema grave y tener la necesidad constante de repararse. Con un tipo específico de terreno y mezcla de concreto, la experiencia sugiere que hay, en promedio, 2 baches por milla después de cierta cantidad de uso. Se supone que el proceso de Poisson se aplica a la variable aleatoria "número de baches".

    *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de un bache aparezca en un tramo de una milla?
    *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de 4 baches ocurrirán en un tramo dado de 5 millas?

12. En las revisiones de equipaje en el aeropuerto se sabe que 3 % de la gente inspeccionada lleva objetos cuestionables en su equipaje. ¿Cuál es la probabilidad de que una serie de 15 personas cruce sin problemas antes de que se atrape a un individuo con un objeto cuestionable? ¿Cuál es el número esperado en una fila que pasa antes de que se detenga a un individuo?

13. Un candidato invitado para una visita tiene probabilidad de 0.6 de ser contratado. Sea $X$ el número de candidatos que visitan antes de contratar a 2. Encuentre

    *a*) $P(X \leq 4)$;
    *b*) $P(X \geq 5)$.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
JUNIO 2019
DEBER 5
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONTINUA

EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. Dada la variable $X$ normalmente distribuida con media 18 y desviación estándar 2.5, encuentre

   *a*) $P(X < 15)$;
   *b*) el valor de $k$ tal que $P(X < k) = 0.2236$;
   *c*) el valor de $k$ tal que $P(X > k) = 0.1814$;
   *d*) $P(17 < X < 21)$.

   **Respuestas:** a) 0.1151; b) 16.1; c) 20.275; d) 0.5403

2. Un abogado viaja todos los días de su casa en los suburbios a su oficina en el centro de la ciudad. El tiempo promedio para un viaje sólo de ida es 24 minutos, con una desviación estándar de 3.8 minutos. Suponga que la distribución de los tiempos de viaje está distribuida normalmente.

   *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que un viaje tome al menos 1/2 hora?
   *b*) Si la oficina abre a las 9:00 A.M. y él sale diario de su casa a las 8:45 A.M., ¿qué porcentaje de las veces llegará tarde al trabajo?
   *c*) Si sale de su casa a las 8:35 A.M. y el café se sirve en la oficina de 8:50 A.M. a 9:00 A.M., cuál es la probabilidad de que se pierda el café?
   *d*) Encuentre la longitud de tiempo por arriba de la cual encontramos e1 15 % de los viajes más lentos.
   *e*) Encuentre la probabilidad de que 2 de los siguientes 3 viajes tomen al menos 1/2 hora.

   **Respuestas:** a) 0.0571; b) 99.11 %; c) 0.3974; d) 27.952 minutos; e) 0.0092

3. Se hace una perforación cilíndrica en un molde y se coloca un pistón cilíndrico en la perforación. La holgura es igual a la mitad de la diferencia entre los diámetros de la perforación y el pistón. El diámetro de la perforación se distribuye normalmente con media de 15 cm y desviación estándar de 0.025 cm, y el diámetro del pistón se distribuye con media 14.88 cm y desviación estándar 0.015 cm.

   *a*) Determine la media de la holgura.
   *b*) Determine la desviación estándar de la holgura.
   *c*) ¿Cuál es la probabilidad de que la holgura mida menos de 0.05 cm?
   *d*) Determine el 25o. percentil de la holgura.
   *e*) Las especificaciones requieren que la holgura mida entre 0.05 y 0.09 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que la holgura satisfaga la especificación?
   *f*) Se puede ajustar la media del diámetro de la perforación. ¿A qué valor debe ajustarse para maximizar la probabilidad de que la holgura esté entre 0.05 y 0.09 cm?

   **Respuestas:** a) 0.06 cm b) 0.01458 cm c) 0.2451 d) 0.0502 cm e) 0.7352
   f ) El diámetro de la perforación tendría una media de 15.02 cm. La probabilidad de satisfacer la especificación será entonces de 0.8294.

4. Una compañía recibe importante cargamento de pernos. Éstos se utilizarán en una aplicación que necesita de una torsión de 100 J. Antes de que se acepte el cargamento, un ingeniero especialista en control de calidad sacará una muestra de 12 pernos y medirá la torsión necesaria para romper a cada uno de ellos. El cargamento será aceptado si el ingeniero concluye que menos de 1 % de los pernos tiene torsión de ruptura menor a 100 J.

   *a*) Si los 12 valores son 107, 109, 111, 113, 113, 114, 114, 115, 117, 119, 122, 124, calcule la media y la desviación estándar muestral.

*b*) Suponga que se saca una muestra de 12 valores de una población normal, y suponga que la media y la desviación estándar muestrales calculadas en el inciso a) son realmente la media y la desviación estándar de la población. Calcule la proporción de pernos cuya torsión de ruptura es menor a 100 J. ¿Será aceptado el cargamento?

*c*) ¿Qué pasará si los 12 valores hubieran sido 108, 110, 112, 114, 114, 115, 115, 116, 118, 120, 123, 140? Utilice el método descrito en los incisos a) y b) para determinar si el cargamento hubiera sido aceptado.

*d*) Compare los conjuntos de 12 valores en los incisos a) y c). ¿En qué muestra los pernos son más resistentes?

*e*) ¿El método es válido para ambas muestras? ¿Por qué sí o por qué no?

**Respuestas:** a) la media es 114.8 J; la desviaciónestándar es 5.006 J.
b) Sí, sólo 0.15 % de los pernos tendrían torsiones de ruptura menores de 100 J.
c) La media es 117.08 J; la desviación estándar es 8.295 J. Aproximadamente 2 % de pernos tendrían torsiones de ruptura menores de 100 J, por lo que el cargamento no sería aceptado.
d) Los pernos del inciso c) son más resistentes.
e) El método efectivamente no es válido para los pernos del inciso c). Esta muestra contiene un dato atípico (140), por lo que la distribución normal no se debe usar.

5. El nivel de colesterol X en chicos de 14 años tiene aproximadamente una distribución normal, con una media de 170 y desviación estándar de 30.

   *a*) Determine la probabilidad de que el nivel de colesterol de un chico de 14 años, elegido al azar, exceda 230.

   *b*) En una escuela secundaria hay 300 chicos de 14 años. Determine la probabilidad de que por lo menos 8 niños tengan un nivel de colesterol que exceda 230.

   **Respuestas:** a) 0.0228; b) 0.3974

6. Una prueba de opción múltiple tiene 200 preguntas, cada una de las cuales con 4 respuestas posibles de las que sólo 1 es la correcta. ¿Cuál es la probabilidad de que solamente adivinando se obtengan de 25 a 30 respuestas correctas para 80 de los 200 problemas, sobre los que el estudiante no tiene conocimientos? **Respuesta:** 0.1196

7. Un par de dados se lanza 180 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra un total de 7

   *a*) al menos 25 veces?

   *b*) entre 33 y 41 veces inclusive?

   *c*) exactamente 30 veces?

8. Si una variable aleatoria $X$ tiene una distribución gamma con $\alpha = 2$ y $\beta = 1$, encuentre $P(1{,}8 < X < 2{,}4)$. **Respuesta:** 0.1545

9. La longitud de tiempo para que un individuo sea atendido en una cafetería es una variable aleatoria que tiene una distribución exponencial con una media de 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida en menos de 3 minutos en, al menos, 4 de los siguientes 6 días? **Respuesta:** 0.3968

10. En una actividad de investigación biomédica se determinó que el tiempo de supervivencia, en semanas, de un animal cuando se le somete a cierta exposición de radiación gamma tiene una distribución gamma con $\alpha = 5$ y $\alpha = 10$.

    *a*) ¿Cuál es el tiempo medio de supervivencia de un animal seleccionado al azar del tipo que se utilizó en el experimento?

    *b*) ¿Cuál es la desviación estándar del tiempo de supervivencia?

    *c*) ¿Cuál es la probabilidad de que un animal sobreviva más de 30 semanas?

    **Respuestas:** a) 50; b) $\sqrt{500}$ c) 0.815

11. El tiempo de respuesta de una computadora es una aplicación importante de las distribuciones gamma y exponencial. Suponga que un estudio de cierto sistema de computadoras revela que el tiempo de respuesta, en segundos, tiene una distribución exponencial con una media de 3 segundos.

    *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?

    *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos?

    **Respuestas:** a) 0.1889; b) 0.0357

12. Se sabe que históricamente la concentración de contaminantes producidos por plantas químicas exhiben un comportamiento que se parece a una distribución logarítmica normal. Esto es importante cuando se consideran problemas respecto de la obediencia de las regulaciones gubernamentales. Suponga que la concentración de cierto contaminante, en partes por millón, tiene una distribución logarítmica normal con parámetros $\mu = 3.2$ y $\sigma = 1$. ¿Cuál es la probabilidad de que la concentración exceda 8 partes por millón? **Respuesta:** 0.1314

13. El número de automóviles que llegan a cierta intersección por minuto tiene una distribución de Poisson con una media de 5. El interés se centra alrededor del tiempo que transcurre antes de que 10 automóviles aparezcan en la intersección.

    *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 10 automóviles aparezcan en la intersección durante cualquier minuto dado?

    *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que se requieran más de 2 minutos antes de que lleguen 10 automóviles?

    *c*) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurra más de 1 minuto entre llegadas?

    *d*) ¿Cuál es el número medio de minutos que transcurren entre llegadas?

14. Se sabe que un satélite controlado tiene un error (distancia del objetivo) que se distribuye normalmente con media cero y desviación estándar de 4 pies. El fabricante del satélite define un "éxito" como un disparo en el cual el satélite llega a 10 pies del objetivo. Calcule la probabilidad de que el satélite falle.

15. Suponga que la proporción de embarques defectuosos de un proveedor, que varía un poco de embarque a embarque, puede considerarse como una variable aleatoria que tiene la distribución beta con $\alpha = 1$ y $\beta = 4$.

    *a*) Encuentre la media de esta distribución beta; a saber, la proporción promedio de defectos en un embarque de este proveedor.

    *b*) Determine la probabilidad de que un embarque de este proveedor contendrá 25 % o más defectos.

16. Unos tambores, con una etiqueta de 30 L, son llenados con una solución proveniente de una tina grande. Se agrega una cantidad aleatoriamente de la solución en cada tambor con media de 30.01 L y desviación estándar de 0.1 L.

    *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad total de la solución contenida en 50 tambores sea mayor a 1 500 L?

    *b*) Si la cantidad total de la solución en la tina es de 2 401 L, ¿cuál es la probabilidad de que puedan llenarse 80 tambores sin que se acabe la solución?

    *c*) ¿Cuánta solución debe contener la tina para que la probabilidad sea 0.9 de que puedan llenarse 80 tambores sin que se acabe la solución?

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
JUNIO 2019
DEBER 6
TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL Y DISTRIBUCIONES DE MUESTREO

EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. Los cinescopios para televisión del fabricante A tienen una duración media de 6.5 años y una desviación estándar de 0.9 años; mientras que los del fabricante B tienen una duración media de 6.0 años y una desviación estándar de 0.8 años. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 36 cinescopios del fabricante A tengan una duración media que sea al menos de 1 año más que la duración media de una muestra de 49 cinescopios del fabricante B?

2. Si se extraen todas las muestras posibles de tamaño 16 de una población normal con media igual a 50 y desviación estándar igual a 5, ¿cuál es la probabilidad de que una media muestral $\bar{X}$ caiga en el intervalo que $[\mu_{\bar{X}} - 1{,}9\sigma_{\bar{X}}, \mu_{\bar{X}} - 0{,}4\sigma_{\bar{X}}]$ Suponga que las medias muestrales se pueden medir con cualquier grado de precisión.

3. La vida media de una máquina para elaborar pasta es de 7 años, con una desviación estándar de 1 año. Suponiendo que las vidas de estas máquinas siguen aproximadamente una distribución normal, encuentre

   *a*) la probabilidad de que la vida media de una muestra aleatoria de 9 de estas máquinas caiga entre 6.4 y 7.2 años;

   *b*) el valor de x a la derecha del cual caería el 15 % de las medias calculadas de muestras aleatorias de tamaño 9.

4. El tiempo en que el cajero de un banco con servicio en el automóvil atiende a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 3{,}2$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 1{,}6$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 64 clientes, encuentre la probabilidad de que su tiempo medio con el cajero sea

   *a*) a lo más 2.7 minutos;

   *b*) más de 3.5 minutos;

   *c*) al menos 3.2 minutos pero menos de 3.4 minutos.

5. La variable aleatoria $X$, que representa el número de cerezas en una tarta, tiene la siguiente distribución de probabilidad:

| $x$ | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | 0.2 | 0.4 | 0.3 | 0.1 |

   *a*) Encuentre la media $\mu$ y la varianza $\sigma^2$ de $X$.

   *b*) Encuentre la media y la varianza de la media para muestras aleatorias de 36 tartas de cereza.

   *c*) Encuentre la probabilidad de que el número promedio de cerezas en 36 tartas sea menor que 5.5.

6. El benceno es una sustancia química altamente tóxica para los seres humanos. Sin embargo, se le utiliza en la fabricación de medicamentos, tintes, en la industria del cuero y en la fabricación de recubrimientos. En cualquier proceso de producción en que participe el benceno, el agua en el resultado del proceso no debe exceder 7950 partes por millón (ppm) de benceno, de acuerdo con la regulación gubernamental. Para un proceso particular de interés, un fabricante recolectó la muestra de agua 25 veces de manera aleatoria y el promedio muestral $\bar{x}$fue de 7960 ppm. A partir de los datos históricos, se sabe que la desviación estándar $\sigma$ es 100 ppm.

   *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio muestral en este experimento exceda el límite gubernamental, si la media poblacional es igual al límite? Utilice el teorema del límite central.

   *b*) La cifra $\bar{x} = 7960$ observada en este experimento ¿es firme evidencia de que la media poblacional para el proceso excede el límite gubernamental? Responda calculando $P(\bar{X} \geq 7960 | \mu = 7950)$. Suponga que la distribución de la concentración de benceno es normal.

7. Encuentre la probabilidad de que una muestra aleatoria de 25 observaciones, de una población normal con varianza $\sigma^2 = 6$, tenga una varianza $s^2$

   *a*) mayor que 9.1;

   *b*) entre 3.462 y 10.745.

8. Los discos duros de computadora deben girar de manera equilibrada, mientras que un alejamiento del nivel se conoce como rodamiento. El rodamiento para cualquier disco puede modelarse como una variable aleatoria, con media de 0.2250 mm y desviación estándar de 0.0042 mm. El rodamiento medio de la muestra $X$ se obtendrá a partir de una muestra aleatoria de 40 discos. ¿Cuál es la probabilidad de que $X$ caerá entre 0.2245 y 0.2260 mm?

9. Los discos duros de computadoras deben girar de manera equilibrada, y un alejamiento del nivel se llama cabeceo. Las muestras se toman regularmente de la producción y cada disco en la muestra se coloca en equipo de prueba que da como resultado una medición del cabeceo. A partir de diversas muestras, se concluye que la población es normal. La varianza es $\sigma^2 = 0{,}065$ cuando el proceso está en control. Una muestra de tamaño 10 se recolecta cada semana. El proceso se declarará fuera de control si la varianza de la muestra supera 0.122. ¿Cuál es la probabilidad de que se declarará fuera de control aun cuando $\sigma^2 = 0{,}065$?

10. Si muestras aleatorias independientes de tamaño n1 = n2 = 8 provienen de poblaciones normales con la misma varianza, ¿cuál es la probabilidad de que alguna varianza muestral será al menos 7 veces mayor que la otra?

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
JUNIO 2019
DEBER 7
INTERVALOS DE CONFIANZA

---

**EJERCICIOS PROPUESTOS:**

1. Una empresa de material eléctrico fabrica bombillas de luz que tienen una duración aproximadamente distribuida de forma normal, con una desviación estándar de 40 horas. Si una muestra de 30 bombillas tiene una duración promedio de 780 horas, encuentre un intervalo de confianza de 96 % para la media de la población de todas las bombillas que produce esta empresa.

2. Una muestra aleatoria de l00 propietarios de automóviles muestra que, en el estado de Virginia, un automóvil se maneja, en promedio, 23,500 kilómetros por año con una desviación estándar de 3900 kilómetros. Suponga que la distribución de las mediciones es aproximadamente normal.

   *a*) Construya un intervalo de confianza de 99 % para el número promedio de kilómetros que se maneja un automóvil anualmente en Virginia.

   *b*) ¿Qué puede afirmar con 99 % de confianza acerca del tamaño posible de nuestro error, si estimamos que el número promedio de kilómetros manejados por lo propietarios de automóviles en Virginia es 23 500 kilómetros por año?

3. El contenido de 7 contenedores similares de ácido sulfúrico es de 9.8, 10.2, 10.4, 9.8, 10.0, 10.2, y 9.6 litros. Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la media de todos los contenedores, si se supone una distribución aproximadamente normal. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que el error estándar sea 0.1?.

4. En un estudio de los costos de seguros contra choques de automóviles, una muestra aleatoria de 80 costos de reparación de carrocería para un tipo específico de daño tiene una media de \$472.36 y una desviación estándar de \$62.35. Si $\bar{x}$ = \$472.36 se usa como una estimación puntual del verdadero costo de reparación promedio de este tipo de daño, ¿con qué confianza puede uno afirmar que el error no supera los \$10?

5. Una muestra aleatoria de tamaño $n_1 = 25$ que se toma de una población normal con una desviación estándar $\sigma_1 = 5$ tiene una media $\mu_1 = 80$. Una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 36$, que se toma de una población normal diferente con una desviación estándar $\sigma_2 = 3$, tiene una media $\mu_2 = 75$. Encuentre un intervalo de confianza de 94 % para $\mu_1 - \mu_2$.

6. En una muestra aleatoria de 1000 viviendas en cierta ciudad, se encuentra que 228 se calientan con petróleo. Encuentre el intervalo de confianza de 99 % para la proporción de viviendas en esta ciudad que se calientan con petróleo.

7. De acuerdo con un reporte del Roanoke Times & World-News, aproximadamente 2/3 de los 1600 adultos encuestados vía telefónica dijeron que piensan que el programa del trasbordador espacial es una buena inversión para el país.

   *a*) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la proporción de adultos estadounidenses que piensan que el programa del trasbordador espacial es una buena inversión para el país.

   *b*) Qué podemos asegurar con una confianza de 95 % acerca de la posible magnitud de nuestro error, si estimamos que la proporción de adultos estadounidenses que piensan que el programa del trasbordador espacial es una buena inversión de 2/3?

8. Un fabricante de baterías para automóvil afirma que sus baterías durarán, en promedio, 3 años con una varianza de 1 año. Si 5 de estas baterías tienen duraciones de 1.9, 2.4, 3.0, 3.5 y 4.2 años, construya un intervalo de confianza de 95 % para $\sigma^2$ y decida si es válida la afirmación del fabricante de que $\sigma^2 = 1$. Suponga que la población de duraciones de las baterías se distribuye de forma aproximadamente normal.

9. Un gimnasio con spa afirma que un nuevo programa de ejercicios reducirá la talla de la cintura de una persona en 2 centímetros, en promedio, durante un periodo de 5 días. Las tallas de cintura de 6 hombres que participaron en este programa de ejercicio se registraron, antes y después del periodo de 5 días, en la siguiente tabla:

| Antes | Después |
|---|---|
| 90.4 | 91.7 |
| 95.5 | 93.9 |
| 98.7 | 97.4 |
| 115.9 | 112.8 |
| 104.0 | 101.3 |
| 85.6 | 84.0 |

Mediante el cálculo de un intervalo de confianza de95 % para la reducción media de la talla de cintura, determine si la afirmación del gimnasio con spa es válida. Suponga que la distribución de las diferencias de tallas de cintura antes y después del programa es aproximadamente normal.

10. Un antropólogo se interesa en la proporción de individuos de dos tribus indias con doble remolino de cabello en la zona occipital de la cabeza. Suponga que se toman muestras independientes de cada una de las dos tribus, y se encuentra que 24 de 100 individuos de la tribu A y 36 de 120 individuos de la tribu B poseen tal característica. Construya un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia $p_B - p_A$ entre las proporciones de estas dos tribus con remolinos de cabello en la zona occipital de la cabeza.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
JULIO 2019
DEBER 8
PRUEBAS DE HIPÓTESIS Y DE BONDAD DE AJUSTE

EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. Suponga que un alergólogo desea probar la hipótesis de que al menos 30 % del público es alérgico a algunos productos de queso. Explique cómo el alergólogopodría cometer
   a) un error tipo I;
   b) un error tipo II.

2. En un restaurante de carnes asadas una máquina de bebidas gaseosas se ajusta de manera que la cantidad de bebida que sirva esté distribuida de forma aproximadamente normal, con una media de 200 mililitros y una desviación estándar de 15 mililitros. La máquina se verifica periódicamente tomando una muestra de 9 bebidas y calculando el contenido promedio. Si cae en el intervalo $191 < \bar{x} < 209$, se considera que la máquina opera de forma satisfactoria; de otro modo, concluimos que $\mu \neq 200$ mililitros.
   a) Encuentre la probabilidad de cometer un error tipo I cuando $\mu = 200$ mililitros.
   b) Encuentre la probabilidad de cometer un error tipo II cuando $\mu = 215$ mililitros.

3. Pruebe la hipótesis de que el contenido promedio de los envases de un lubricante específico es de 10 litros, si los contenidos de una muestra aleatoria de 10 envases son 10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3 y 9.8 litros. Utilice un nivel de significancia de 0.01 y suponga que la distribución del contenido es normal.

4. Se lleva a cabo un estudio para saber si el aumento de la concentración de sustrato tiene un efecto apreciable sobre la velocidad de una reacción química. Con una concentración de sustrato de 1.5 moles por litro, la reacción se realizó 15 veces, con una velocidad promedio de 7.5 micromoles por 30 minutos y una desviación estándar de 1.5. Con una concentración de sustrato de 2.0 moles por litro, se realizan 12 reacciones, que dan una velocidad promedio de 8.8 micromoles por 30 minutos y una desviación estándar muestral de 1.2. ¿Hay alguna razón para creer que este incremento en la concentración de sustrato ocasiona un aumento en la velocidad media de más de 0.5 micromoles por 30 minutos? Utilice un nivel de significancia de 0.01 y suponga que las poblaciones se distribuyen de forma aproximadamente normal con varianzas iguales.

5. Para indagar si un nuevo suero frena el desarrollo de la leucemia, se seleccionan 9 ratones, todos con una etapa avanzada de la enfermedad. Cinco ratones reciben el tratamiento y cuatro no. Los tiempos de supervivencia, en años, a partir del momento en que comienza el experimento son los siguientes:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Con tratamiento | 2.1 | 5.3 | 1.4 | 4.6 | 0.9 |
| Sin tratamiento | 1.9 | 0.5 | 2.8 | 3.1 | |

   ¿Se puede decir en el nivel de significancia de 0.05 que el suero es efectivo? Suponga que las dos distribuciones se distribuyen de forma normal con varianzas iguales.

6. Se considera un nuevo dispositivo de radar para cierto sistema de misiles de defensa. El sistema se verifica experimentando con aeronaves reales, en las cuales se simula una situación de muerte o de sin muerte. Si en 300 pruebas ocurren 250 muertes, acepte o rechace, con un nivel de significancia de 0.04, la afirmación de que la probabilidad de una muerte con el sistema nuevo no excede la probabilidad de 0.8 del sistema existente.

7. Una comunidad urbana quiere demostrar que la incidencia de cáncer de seno es mayor en ella que en un área rural vecina. (Se encontró que los niveles de PCB son más altos en el suelo de la comunidad urbana.) Si se encuentra que 20 de 200 mujeres adultas en la comunidad urbana tienen cáncer de seno y 10 de 150 mujeres adultas en la comunidad rural tienen cáncer de seno, ¿podríamos concluir con un nivel de significancia de 0.05 que este tipo de cáncer prevalece más en la comunidad urbana?

8. De acuerdo con informes publicados, el ejercicio bajo condiciones de fatiga altera los mecanismos que determinan el desempeño. Se realizó un experimento donde se usaron 15 estudiantes universitarios hombres, entrenados para realizar un movimiento horizontal continuo del brazo, de derecha a izquierda, desde un microinterruptor hasta una barrera, golpeando sobre la barrera en coincidencia con la llegada de una manecilla del reloj a la posición de las 6 en punto. Se registra el valor absoluto de la dife rencia entre el tiempo, en milisegundos, que toma golpear sobre la barrera y el tiempo

para que la ma necilla alcance la posición de las 6 en punto (500 mseg). Cada participante ejecuta la tarea cinco veces en condiciones sin fatiga y con fatiga, y se registraron las sumas de las diferencias absolutas para las cinco ejecuciones como sigue:

| Sujeto | Sin fatiga | Con fatiga |
|---|---|---|
| 1 | 158 | 91 |
| 2 | 92 | 59 |
| 3 | 65 | 215 |
| 4 | 98 | 226 |
| 5 | 33 | 223 |
| 6 | 89 | 91 |
| 7 | 148 | 92 |
| 8 | 58 | 177 |
| 9 | 142 | 134 |
| 10 | 117 | 116 |
| 11 | 74 | 153 |
| 12 | 66 | 219 |
| 13 | 109 | 143 |
| 14 | 57 | 164 |
| 15 | 85 | 100 |

Un aumento en las diferencias medias absolutas de tiempo cuando la tarea se ejecuta bajo condiciones de fatiga apoyaría la afirmación de que el ejercicio, en condiciones de fatiga, altera el mecanismo que determina el desempeño. Suponiendo de que las poblaciones se distribuyen normalmente, pruebe tal afirmación.

9. Se lanza una moneda hasta que sale una cara y se registra el número de lanzamientos $X$. Después de repetir el experimento 256 veces, obtenemos los siguientes resultados:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 136 | 60 | 34 | 12 | 9 | 1 | 3 | 1 |

Con un nivel de significancia de 0.05 pruebe la hipótesis de que la distribución observada de X se puede ajustar por la distribución geométrica $g(x; 1/2), x = 1, 2, 3, \ldots$

10. Una muestra aleatoria de 90 adultos se clasifica de acuerdo con su género y el número de horas que pasan viendo la televisión durante una semana:

| | Masculino | Femenino |
|---|---|---|
| más de 25 horas | 15 | 29 |
| menos de 25 horas | 27 | 19 |

Utilice un nivel de significancia de 0.01 y pruebe la hipótesis de que el tiempo que pasan viendo televisión es independiente de si el espectador es hombre o mujer.

11. Para determinar las posiciones actuales acerca de las oraciones en escuelas públicas, se llevó a cabo una investigación en cuatro condados de Virginia. La siguiente tabla da las opiniones de 200 padres del condado de Craig, 150 padres del de Giles, 100 padres del de Franklin y 100 del de Montgomery:

| Posición | Craig | Giles | Franklin | Montgomery |
|---|---|---|---|---|
| A favor | 65 | 66 | 40 | 34 |
| En contra | 42 | 30 | 33 | 42 |
| Sin opnión | 93 | 54 | 27 | 24 |

Pruebe la homogeneidad de las opiniones entre los 4 condados con respecto a las oraciones en escuelas públicas. Utilice un valor P en sus conclusiones.