



1. EJERCICIOS EN CLASE DE LA SEMANA 2

EJERCICIO 1. Se tiene un foto de 16×9 cm. Si queremos ampliar al doble su área sin alterar sus proporciones, ¿cuáles deben ser sus nuevas medidas?

Solución.

Variables: Tomamos

- b : ancho de la foto ampliada, en cm.
- h : alto de la foto ampliada, en cm.

Planteamiento: El área de la foto original es de 144 cm^2 , por lo tanto, para que el área de la foto ampliada sea el doble que la original se necesita que

$$b \cdot h = 2(144) = 288. \quad (1)$$

Por otro lado, para que se preserven las proporciones se necesita que

$$\frac{b}{h} = \frac{16}{9} \quad (2)$$

Resolución: Despejamos b en la ecuación (2) y tenemos

$$b = \frac{16}{9}h, \quad (3)$$

reemplazamos en (1), tenemos que

$$\left(\frac{16}{9}h\right) \cdot h = 288.$$

Resolviendo esta ecuación, tenemos

$$\begin{aligned} \left(\frac{16}{9}h\right) \cdot h = 288 &\iff \frac{16}{9}h^2 = 288 \\ &\iff h^2 = \frac{9}{16} \cdot 288 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow h = \sqrt{162} \approx 12,73.$$

Reemplazamos en (3) para obtener el valor de b :

$$b = \frac{16}{9} \left(\sqrt{162} \right) \approx 22,63.$$

Resolución: Las nuevas medidas de la foto deben ser $22,63 \times 12,73$ cm, aproximadamente. \square

EJERCICIO 2. Se tiene un foto de 16×9 cm. Si queremos reducir en un 20 % su área sin alterar sus proporciones, ¿cuáles deben ser sus nuevas medidas?

Solución.

Variables: Tomamos

- b : ancho de la foto ampliada, en cm.
- h : alto de la foto ampliada, en cm.

Planteamiento: El área de la foto original es de 144 cm^2 , por lo tanto, para reducir un 20 % su área se necesita que

$$b \cdot h = 144 - 144 \cdot \frac{20}{100} = 115,2. \quad (4)$$

Por otro lado, para que se preserven las proporciones se necesita que

$$\frac{b}{h} = \frac{16}{9} \quad (5)$$

Resolución: Despejamos b en la ecuación (5) y tenemos

$$b = \frac{16}{9}h, \quad (6)$$

reemplazamos en (4), tenemos que

$$\left(\frac{16}{9}h \right) \cdot h = 115,2.$$

Resolviendo esta ecuación, tenemos

$$\left(\frac{16}{9}h \right) \cdot h = 115,2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{16}{9}h^2 = 115,2$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow h^2 &= \frac{9}{16} \cdot 115,2 \\ \Leftrightarrow h &= \sqrt{64,8} \approx 8,05.\end{aligned}$$

Reemplazamos en (6) para obtener el valor de b :

$$b = \frac{16}{9} \left(\sqrt{64,8} \right) \approx 14,31.$$

Resolución: Las nuevas medidas de la foto deben ser $14,31 \times 8,05$ cm, aproximadamente. \square

2. DEBERES DE LA SEMANA 2

EJERCICIO 3. Se tiene una imagen con escala VGA (4 : 3), si se desea que al imprimirla tenga 6 cm de altura, ¿cuáles deben ser sus dimensiones?

EJERCICIO 4. Se tiene una imagen con escala HD (16 : 9), si se desea que al imprimirla tenga 10 cm de ancho, ¿cuáles deben ser sus dimensiones?

EJERCICIO 5. Se tiene una imagen digital de resolución Full HD (1920 × 1080 píxeles), si se desea que al imprimirla tenga 10 cm de ancho, ¿cuáles deben ser sus dimensiones?

EJERCICIO 6. Se cuenta con presupuesto para imprimir 2 m² de un pancarta cuya escala es 4 : 3. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la pancarta?

EJERCICIO 7. Se desea diseñar un díptico cuya área total sea 280 cm² y que, al doblarlo por la mitad, su proporción esté a 5 : 3. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del díptico?

EJERCICIO 8. Se han generado 2 animaciones, la primera de ellas con 2500 cuadros y la segunda con 3000 cuadros. Si se desea que la primera animación se reproduzca al doble de velocidad de la segunda y que juntas tengan una

duración de un minuto, ¿a qué velocidad se debe renderizar cada animación?

EJERCICIO 9. Se han generado 2 animaciones, la primera de ellas con 2500 cuadros y la segunda con 3000 cuadros. Si se desea que la primera animación se reproduzca a 20 cuadros por segundo más rápido que la segunda y que juntas tengan una duración de un minuto, ¿a qué velocidad se debe renderizar cada animación?

EJERCICIO 10. Se han generado 3 animaciones, la primera de ellas con 2500 cuadros, la segunda con 3000 cuadros y la tercera con 1000 cuadros. Si se desea que la primera se reproduzca al doble de velocidad que la segunda; que la tercera se reproduzca 10 cuadros por segundo más rápido que la segunda; y que juntas tenga una duración de un minuto y medio, ¿a qué velocidad se debe renderizar cada animación?



1. DEBERES DE LA SEMANA 3

EJERCICIO 1. Resolver las siguientes inecuaciones:

a) $7(3 - x) \geq 5$

b) $\frac{x - 3}{2} - \frac{2 - x}{3} > 3$

c) $x^2 + 5x \leq 0$

d) $3(x - 5)^2 - 12 \geq 0$

e) $x^4 + 3x^3 - 15x^2 - 19x + 30 \leq 0$, (utilizar Wolfram para factorar)

f) $\frac{x}{x - 3} \geq 0$

g) $\frac{x}{x+3} + 1 \leq 0$

EJERCICIO 2. Se tiene una imagen con escala VGA (4 : 3), si se desea que al imprimirla tenga por lo menos 300 cm² de área, ¿cuáles deben ser sus dimensiones?

EJERCICIO 3. Se desea imprimir una pancarta de tal forma que la longitud sea 1 metro mayor a su altura, si se desea que al imprimirla tenga menos de 6 m² de área, ¿cuáles deben ser sus dimensiones?

EJERCICIO 4. El costo, en dólares, de producir x unidades de un determinado artefacto está dado por $200 + x + \frac{5}{100}x^2$, si se vende cada artefacto a \$20, ¿cuántos artefactos se deben vender para generar utilidad?



1. EJERCICIOS EN CLASE DE LA SEMANA 3

EJERCICIO 1. Considere la función

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{1}{x}.$$

En $x = 1$, ¿la función crece o decrece?

Solución. Para responder la pregunta, primero calculemos la variación promedio de la función entre x y $x + h$:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} \\ &= \frac{\frac{x - (x+h)}{(x+h)x}}{h} \\ &= \frac{-h}{(x+h)x} \\ &= \frac{-1}{(x+h)x}. \end{aligned}$$

Ahora, calculemos la variación instantánea de la función tomando $h = 0$:

$$\frac{-1}{(x+0)x} = \frac{-1}{x^2}.$$

Finalmente, evaluemos en $x = 1$ y tenemos que la variación instantánea de la función es ese punto es

$$\frac{-1}{(1)^2} = -1.$$

Como este número es negativo, tenemos que la función decrece. □

EJERCICIO 2. Considere las funciones

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{y} \quad g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{1}{x} \quad \text{y} \quad x \longmapsto x + 2.$$

Para $x \in \text{dom}(f \circ g)$, ¿cuál es el valor de $(f \circ g)(x)$?

Solución. Tenemos que

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = \frac{1}{x + 2}. \quad \square$$

2. DEBERES DE LA SEMANA 3

EJERCICIO 3. Considere la función

$$g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$y \longmapsto 1 + 2y - y^2.$$

Determine el valor de $g(0)$, $g(1)$, $g(-1)$, $g(x + h)$, donde $x, h \in \mathbb{R}$.

EJERCICIO 4. Considere la función

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto 1 + 2x - x^2.$$

Obtener la gráfica de f en un asistente matemático. Luego, determine de forma gráfica y analítica las siguientes funciones:

- a) g_1 , la función f trasladada 3 unidades a la izquierda;
- b) g_2 , la función f trasladada 2 unidades hacia abajo y reflejada por el eje x ;
- c) g_3 , la función f reflejada por el eje y y trasladada 2 unidades hacia la derecha.

EJERCICIO 5. Considere las funciones

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{x^3 - 4x^2 - 47x + 331}{100} \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{l} g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \text{sen}(5x). \end{array}$$

Obtener las gráficas de f y g en el intervalo $[-10, 10]$ en un asistente matemático. Luego, determine de forma gráfica la siguientes funciones:

- a) $f + g$;
- b) fg .

EJERCICIO 6. Con una cartulina de tamaño A4 se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de cada esquina.

- a) Modele el volumen de la caja en función de la longitud del corte realizado.
- b) Si el corte es de un centímetro, ¿cuál es el volumen de la caja?
- c) Si en lugar de un centímetro, aumentamos “un poco” el corte, ¿el volumen de la caja aumenta o disminuye? (Para esto, determinar si la función del volumen crece o decrece cuando el corte es de un centímetro).
- d) Utilizar un asistente matemático para determinar la longitud del corte que genere la caja con más volumen. ¿Cuánto vale este volumen?



1. DEBERES DE LA SEMANA 8

EJERCICIO 1. Construir un ángulo de 15° explicando cada paso.

EJERCICIO 2. Dada una de las dos diagonales de un cuadrado, construir el cuadrado explicando cada paso.

EJERCICIO 3. Construir un triángulo dorado sobre una base dada (ver construcción 4, página 19 del libro Math and Art: <http://bit.ly/35EMbhp>).



1. DEBERES DE LA SEMANA 9

EJERCICIO 1. En un triángulo isósceles, un ángulo de la base es el cuádruplo del ángulo diferente. ¿Cuánto mide cada ángulo?

EJERCICIO 2. Realizar los numerales 4 y 5 del ejercicio 11, página 44, del libro Geometría, trigonometría y geometría analítica: <http://bit.ly/31fT0Yu>.

EJERCICIO 3. Realizar los numerales 1 y 3 del ejercicio 13, página 48, del libro Geometría, trigonometría y geometría analítica: <http://bit.ly/31fT0Yu>.

EJERCICIO 4. Realizar los numerales 1 y 4 del ejercicio 15, página 53, del libro Geometría, trigonometría y geometría analítica: <http://bit.ly/31fT0Yu>.

EJERCICIO 5. Realizar los numerales 2 y 6 del ejercicio 17, página 60, del libro Geometría, trigonometría y geometría analítica: <http://bit.ly/31fT0Yu>.



1. EJERCICIOS EN CLASE DE LA SEMANA 3

EJERCICIO 1. Dados los puntos

$$B = (-1, 2) \quad \text{y} \quad C = (2, 3),$$

determinar su mediatriz.

Solución. Primero, determinemos el punto medio entre B y C , llamémoslo F :

$$F = \frac{1}{2}(B + C) = \frac{1}{2}(1, 5) = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right).$$

Ahora, determinemos la ecuación de la recta que pasa por B y C , tenemos que es:

$$y - 2 = \frac{3 - 2}{2 - (-1)}(x - (-1))$$

que equivale a

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}.$$

Por lo tanto, le pendiente de esta recta es $m_1 = \frac{1}{3}$.

Ahora, ya que la mediatriz es perpendicular, si m_2 es la pendiente de esta, es necesario que

$$m_1 m_2 = -1,$$

notemos que

$$m_1 m_2 = -1 \iff \frac{1}{3} m_2 = -1 \iff m_2 = -3.$$

Por lo tanto, la mediatriz es la recta de pendiente $m_2 = -3$ que pasa por el punto $D = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$, por lo tanto su ecuación es

$$y - \frac{5}{2} = -3 \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

que equivale a

$$y = -3x + 4.$$

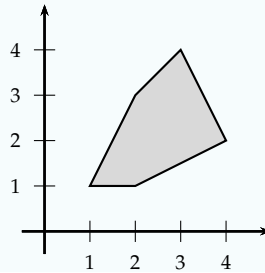
□

2. DEBERES DE LA SEMANA 10-11

EJERCICIO 2. ¿Para qué valor de a el punto $A = (2, a)$ está a una distancia de 3 unidades del punto $B = (1, 1)$?

EJERCICIO 3. ¿Para qué valor de a y b el punto $A = (a, b)$ está a una distancia de 3 unidades del punto $B = (1, 1)$ y de 2 unidades del punto $C = (-1, 3)$? (Utilizar Wolfram para resolver las ecuaciones)

EJERCICIO 4. Determinar el área de la región representada en la siguiente figura:

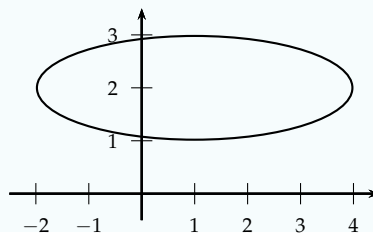


EJERCICIO 5. Dados los puntos $A = (0, 0)$ y $B = (1, 0)$, determinar el lugar geométrico de todos los puntos tales que la suma de su distancia hacia A y su distancia hacia B siempre sea de un total de 2. Determine tres puntos que pertenezcan a este lugar geométrico.

EJERCICIO 6. El lugar geométrico de ecuación

$$x^2 - 2x + 9y^2 - 36y + 28 = 0$$

se lo muestra en la siguiente gráfica:



Determinar la ecuación de la gráfica trasladada 1 unidad en el eje y y reflejada por el eje x , además, graficarla aproximadamente.

EJERCICIO 7. En un diseño se tiene tres objetos ubicados en los puntos $A = (3, 2)$, $B = (6, 4)$ y $C = (9, 1)$. Para guardar equilibrio, se desea colocar un cuarto objeto en el centro de gravedad de los tres puntos anteriores, ¿cuáles son las coordenadas de este punto?



1. DEBERES DE LA SEMANA 13

EJERCICIO 1. Se tiene un triángulo cuyos vértices están en las coordenadas $(1, 3)$, $(-1, 2)$ y $(2, 0)$. Determinar las nuevas coordenadas del triángulo si se le aplica las siguientes transformaciones:

- a* Una rotación de 30° .
- b* Una reflexión mediante una recta de 30° de inclinación.
- c* Una rotación de 30° seguida por una reflexión mediante una recta de 30° de inclinación.
- d* Una reflexión mediante una recta de 30° de inclinación seguida por una rotación de 30° .

EJERCICIO 2. Determinar las simetrías de la siguiente figura:



EJERCICIO 3. Demuestre que una reflexión de 20° seguida de otra reflexión de 60° es igual a una rotación de 80° .

EJERCICIO 4. Determine el grupo de simetrías de las letras A, B, E, H, S, T, X.

EJERCICIO 5. Realizar lo ejercicios 2, 3 y 5 de la página 59 del libro Math and Art: <http://bit.ly/35EMbhp>).